

TEMA 3:

Integración en una variable, técnicas de integración y aplicaciones de la integral

FMIBII

Biomedical engineering degree

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. Utilizando sumas de Riemann:

a) Resuelva la siguiente integral: $I = \int_{-1}^2 (3x^2 + 2) dx$

b) Demuestre la siguiente igualdad: $\int_a^b x^2 dx = \frac{b^3 - a^3}{3}$

2. Derive la siguiente función teniendo en cuenta el segundo teorema fundamental del cálculo: $F(x) = \int_{x^2}^{x^3} \frac{e^t}{t} dt$

3. Calcule la ecuación de la recta y , que es tangente a la curva $F(x) = \int_{x^2}^{\sqrt{\pi}/2} \tan(t^2) dt$ en el punto $x_1 = \sqrt[4]{\pi/4}$

4. ¿Para qué valor de c la siguiente integral impropia converge?

$$I = \int_1^{\infty} \left(\frac{cx}{x^2+2} - \frac{1}{3x} \right) dx$$

Evalúe la integral para el valor de c encontrado

5. Evalúe la siguiente integral $I = \int x\sqrt{4+x} dx$ utilizando cada uno de los siguientes métodos de integración:

- Cambio de variable
- Integración por partes
- Sustitución trigonométrica

6. Se está trabajando en el diseño de un nuevo biosensor con forma de elipse, para la detección de bacterias que pueden causar infecciones nosocomiales en pacientes de las zonas quirúrgicas de los hospitales. Demuestre que, considerando $a > 0$ y $b > 0$, el área del biosensor (ver Figura 1) es $A = \pi ab$

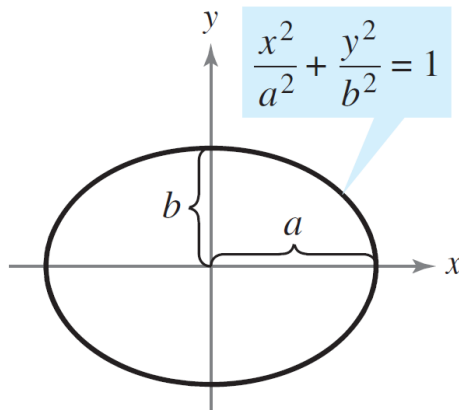


Figura 1. Biosensor en forma de elipse

7. Considere la gráfica de $y^2 = x^2(x + 5)$. Una sonda de campo integrada en un sistema de imagen por resonancia magnética nuclear tiene una forma similar a la espira que genera la citada gráfica (en la Figura 2 la zona delimitada por la espira se representa en color azul). Encuentre el volumen del sólido que se genera cuando la espira gira alrededor de:
- El eje x
 - La recta $x = -5$

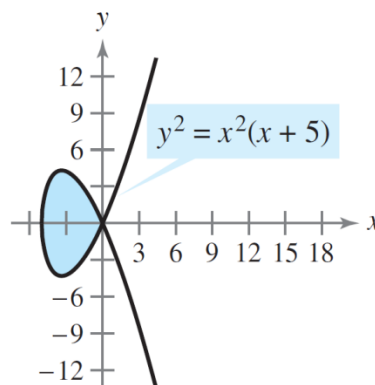


Figura 2. Sonda de un sistema de imagen por resonancia magnética nuclear

8. La efectividad de un sensor detector de glucosa depende de la posición de la gota de sangre a analizar en la lámina enzimática, la cual dará lugar a una corriente eléctrica proporcional a la concentración de glucosa medida. El fabricante especifica que el lugar óptimo para depositar la muestra de sangre es el centroide de la lámina enzimática, que es una región acotada por la izquierda por $x = 1$, por la derecha por $x = b$, por arriba por $y = \frac{1}{x^4}$ y por abajo por $y = -\frac{1}{x^4}$
- Encontrar el centroide de la región
 - ¿Dónde se localizaría el centroide si $b \rightarrow \infty$?